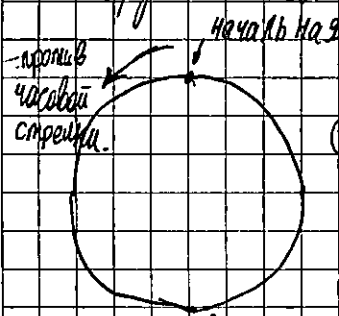


Фамилия	Зайцев
Имя	Захар
Отчество	Олегович
Область	Вологодская
Город	ВМЛ
Школа	БОУ ВО «ВМЛ»
Класс	8
Регистрационный номер	13409

ВЫХОД: 12<sup>07</sup>  
ВХОД: 12<sup>09</sup>

# Задание 6

Скорость Лети обозначим за  $x$ , тогда скорость Васи  $2x$   
 $S$  - длина окружности. За то время когда Лета пробежит один  
 круг Вася может пробежать 2 круга.

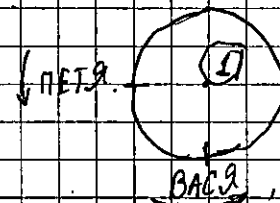


точка; За то время, что Лета пробежит  $\frac{1}{2}$  круга

① Вася сможет пробежать  $\frac{1}{2}$  круга и потом развер-  
 нутся в другую сторону.

① - этап (номер)

② Вася пробежит половину



круга но уже в другом

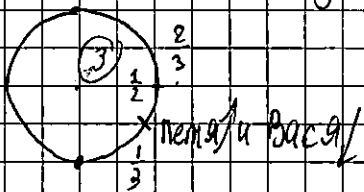
направлении, пока Лета  
 пробежит  $\frac{1}{2}$  круга (снова).

В другое направление

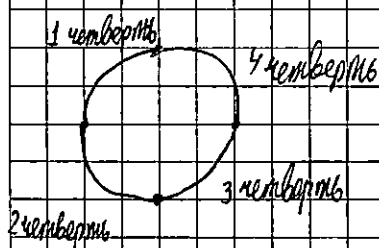
③ Находим место, где встретятся люди. Они бегут навстречу

друг другу и находим когда встретятся и скорости.

$t_{встречи} = \frac{0,5S}{2x} = \frac{S}{6x}$ , За это время Вася пробежит  $\frac{2}{3}$  полу круга,  
 а Лета  $\frac{1}{3}$  полу круга (2 всада в 3 этапе).



④ Лета встретит Вася добежит до половины  
 3 четверти. ( $0,5S - 0,25S = 0,25S$ ), за это  
 время Лета пробежит  $0,125S$  (то есть до 4 четверти).  
 после чего может начать движение



(теперь бегит против часовой стрелки)

⑤ Вася сможет пересечь и встретиться с  
 Летой в 3 раз. (так как за то время, как Лета пробежит  
 $0,125S$ , Вася пробежит  $0,25S$ ) они бегут в одном направлении.  
 $\Rightarrow$  Вася до-го до пересечения Лету в 3 раз.

## Задача 7

Всего хамелеонов 2019; среди них есть зеленые (которые говорят правду) и коричневые (которые врут, после чего превращаются в зеленых)

Допустим у нас изначально  $x$ -зеленых хамелеонов; Два подряд зеленых хамелеонов не может быть из-за того, что первый зеленый хамелеон скажет, что все  $x$  зел. хам., а после этого и второй зел. хам. скажет, что все  $x$  зел. хам., но этого не может быть из-за того что числа не должны повторяться  $\Rightarrow$  Зеленые хамелеоны чередуются с корич.

$x=1010$ ,  $(\underset{1}{3}-\underset{2}{K}-\underset{3}{3}-\underset{4}{K}-\dots-\underset{2018}{K}-\underset{2019}{3})$  - ход событий (1) зеленый хамелеон говорит правду (т.е. всего 1010 зел.х), после это (2) коричн. хамелеон врет и говорит, что всего зел. хамелеонов 1), после чего зел. хамелеон становится 1011. (3) хамелеон (зеленый) говорит правду называя число 1011 (4) хамелеон (коричневый) врет и говорит число 1 <sup>что превращается</sup> в зел. и т.д. и получается, что (2018) хамелеон (коричневый) врет говоря число 1009 <sup>и превращается в зел. хам.</sup>; (2019) хамелеон (зеленый) говорит правду.

Итого у нас получится ответы от 1 до 2019.

Почему не может быть 1011-зеленых хамелеонов, т.к. если мы заменим ~~любого коричневого~~ - кор. хам. на зел. хам., то у нас получится пар из 2 зеленых хам., но такое быть не может.

Ответ: 1010-зел. хамелеонов.

## Задача 8

$x_1; x_2; x_3; \dots, x_n$  - ряд натуральных чисел из бесконечно много чисел;  
 $a_1$  - первое число можно заменить на  $a_1$ ;

$a_1 + b_1$  - второе число можно заменить на  $a_1 + b_1$ ; т.к.  $x_2 > x_1$ ;

$a_1 + b_2$  - третье число можно заменить так;

$a_1 + b_{n-1}$  -  $n$  число).

Тогда по условию  $x_2 - x_1 = a_1 + b_1 - a_1 = b_1 = c_1^2$  - квадрат натурального числа;

$$x_3 - x_1 = a_1 + b_2 - a_1 = b_2 = c_2^2;$$

$$x_3 - x_2 = a_1 + b_2 - a_1 - b_1 = b_2 - b_1 = c_3^2; b_2 = c_3^2 + b_1 = c_3^2 + c_1^2 = c_2^2;$$

Запишем последовательность квадратов натур. чисел:

1	4	9	16	25	36	49	64	81	100	121	144	169	196	225	256
$\rightarrow$	$\rightarrow$	$\rightarrow$	$\rightarrow$	$\rightarrow$	$\rightarrow$	$\rightarrow$	$\rightarrow$	$\rightarrow$	$\rightarrow$	$\rightarrow$	$\rightarrow$	$\rightarrow$	$\rightarrow$	$\rightarrow$	$\rightarrow$
+3	+5	+7	+9	+11	+13	+15	+17	+19	+21	+23	+25				

Заметим, что разность квадратов натур. чисел всегда нечетна и иногда она равна квадрату натур. числа.

$$c_2^2 = 25 = c_1^2 + c_3^2 = 16 + 9; b_2 = 25; b_1 = 9; ~~b_3 = 16~~;$$

$$a_1; a_1 + 9; a_1 + 25;$$

$$x_4 - x_1 = a_1 + b_3 - a_1 = b_3 = c_4^2;$$

$$c_4^2 = c_5^2 + c_1^2 = c_6^2 + c_2^2 = c_6^2 + c_3^2 + c_1^2$$

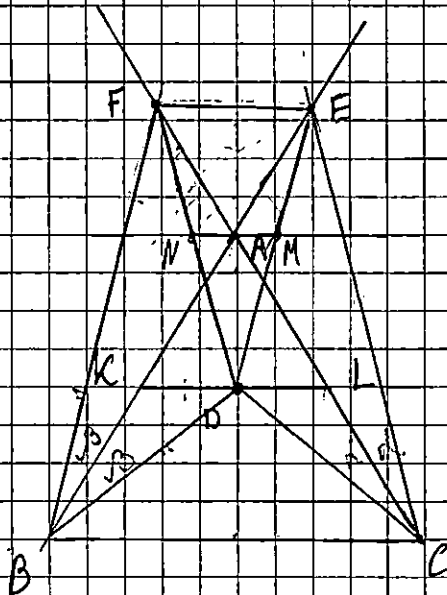
$$x_4 - x_2 = a_1 + b_3 - a_1 - b_1 = b_3 - b_1 = c_5^2; b_3 = c_5^2 + b_1 = c_5^2 + c_1^2$$

$$x_4 - x_3 = a_1 + b_3 - a_1 - b_2 = b_3 - b_2 = c_6^2; b_3 = c_6^2 + c_2^2$$

Но после 25 не найдется такое число, чтобы из квадрата натурального числа вычитая бы "9" и получили натуральное число (из-за того, что разность между квадрат. натур. чисел постепенно увеличивается и она никогда не станет равной 9, снова), аналогично для всех других примеров, т.е. ~~не~~ нельзя найти 4 число в данной последов.

Ответ: нет.

## Задача 10



Дано:  $\triangle ABC$  - равносторонний;

$KL$  - средняя линия;

$D$  - центральная точка;

$\angle ECA = \angle DCA$ ;  $\angle FBA = \angle DBA$ ;

Док-ть:  $m.A$  на средней линии

$\triangle DEF$

Док-во:  $\triangle ABC$  - равносторонний  $\Rightarrow$

$AB = BC = AC$ ;  $\angle BAC = \angle ACB = \angle CBA = 60^\circ$ ;

$KL$  - средняя линия  $\Rightarrow KL \parallel BC$ ;  $KL = \frac{1}{2} BC$

$60^\circ = \angle AKL = \angle KBC$  (м.к. ~~на~~ соств. между  $KL \parallel BC$  и сек.  $KB$ )

$60^\circ = \angle KLA = \angle BCL$  (м.к. соств. между  $KL \parallel BC$  и сек.  $LC$ )

$\angle KAL = \angle A/K = \angle AKL = 60^\circ \Rightarrow \triangle AKL$  - равносторонний  $\Rightarrow AL = KL = AK$ ;

м.  $L$  - середина  $AC \Rightarrow AL = LC = AK = KB = KL$

м.  $K$  - середина  $AB \Rightarrow$

$\angle FAE = \angle BAC = 60^\circ$  - вертик.;  $\angle KBD = \angle FBA$  (по усл.)

$\triangle KBD \sim \triangle ABF$  (по усл.)  $\angle BKD = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ = \angle BAF$  - внешн.

$\Rightarrow \frac{KB}{AB} = \frac{KD}{AF} = \frac{BD}{BF}$ ;  $\frac{KB}{AB} = \frac{KB}{KB+AK} = \frac{KB}{2KB} = \frac{1}{2} \Rightarrow 2KD = AF$ ;  $2BD = BF$ ;

$\triangle DCL \sim \triangle ECA$  (по усл.)  $\angle DCL = \angle ECA$

$\angle DCL = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ = \angle EAC$

$\Rightarrow \frac{DC}{EC} = \frac{DL}{EA} = \frac{CL}{CA}$ ;  $\frac{CL}{CA} = \frac{CL}{CL+LA} = \frac{CL}{2CL} = \frac{1}{2} \Rightarrow 2DC = EC$ ;  $2DL = EA$ ;

Доп. постро.  $FE$ ;  $FD$ ;  $DE$ ; Допустим, что через  $A$  проведем прямую  $\parallel EF$  и пересек.  $FD$  и  $DE$  в м.  $N$  и  $M$ ; теперь осталось доказать,

м.  $N$  и м.  $M$  - середины сторон

$\angle DCL = \alpha = \angle CDE$ ;  $\angle DBK = \beta = \angle KBAF$ ;  $\angle BDC = 60^\circ + \alpha + \beta$

$$\text{кр. } BF \cap EC = m. G \Rightarrow \angle BGC = 60^\circ - \beta - \chi$$

Задача 9

$a_1, a_2, a_3, \dots$	$(a_{1999})$	- 1 строка - 1999 чисел.
$b_1, b_2, \dots$	$(b_{1998})$	- 2 строка - 1998 чисел.
$\vdots$	$\vdots$	
$n_1, n_2, \dots$	$(n_{1000})$	- 1000 строка - 1000 чисел.