| | |
|---|---|
| **Фамилия** | **Струментов** |
| **Имя** | **Денис** |
| **Отчество** | **Андреевич** |
| **Область** | **Вологодская** |
| **Город** | **Вологда** |
| **Школа** | **МОУ «СОШ №13»** |
| **Класс** | 8 |
| **Регистрационный номер** | **13095** |

выход: $10^{25}$
вход: $10^{28}$
выход: $12^{10}$
вход: $12^{11}$

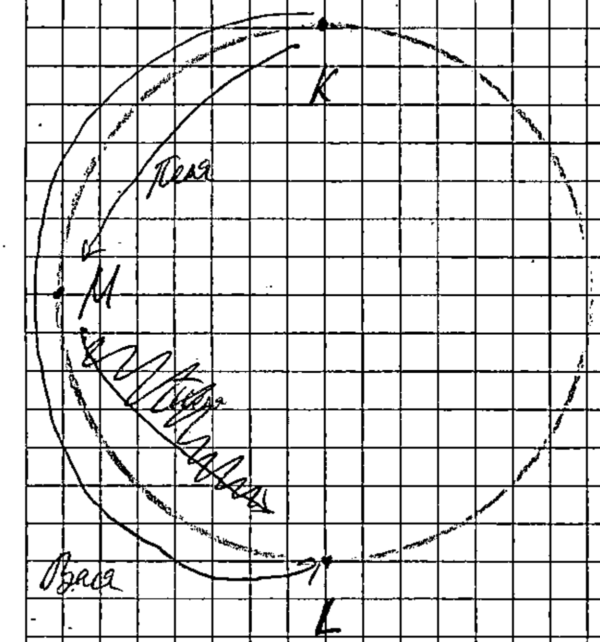
Задача 7. Пусть изначально стояло более 1010 хамелеонов. Тогда найдутся два соседних зелёных хамелеона (иначе рядом с каждым зелёным стоит коричневый хамелеон ⇒ зелёных не более чем коричневых +1). Рассмотрим того, кто говорил первым. Пусть этот хамелеон A. Он назвал некоторое число n – равное кол-ву зелёных хамелеонов в данный момент. После того как он сказал, кол-во зелёных хамелеонов не поменялось (т.к. никто не сменил цвет). Но соседний с ним хамелеон B (мы нашли пару соседних зелёных хамелеонов) тоже назвал число n (т.к. зелёные хамелеоны говорят правду и первый назвал число n, а кол-во зелёных хамелеонов не поменялось). Но это невозможно, т.к. все хамелеоны назвали попарно различные числа ⇒ ⇒ двух соседних зелёных хамелеонов быть не может ⇒ если ~~хамелеонов~~ зелёных хамелеонов больше 1010, то найдутся два соседних зелёных, что невозможно ⇒ зелёных хамелеонов не более 1010.

Пример на 1010: занумеруем хамелеонов числами от 1 до 2019. Хамелеоны на нечётных местах говорят числа 1010; 1011; 1012; 1013... Хамелеоны на чётных местах говорят: 1; 2; 3... 1009. Зелёные хамелеоны сидят на нечётных местах.

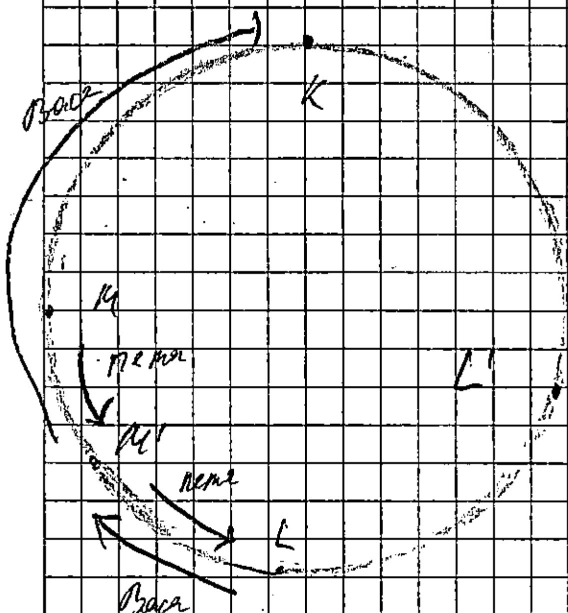
Изначально зелёных хамелеонов 1010, при этом их количество не уменьшается.

Заметим, что первый говорит правду, затем второй врёт и меняет цвет. При этом кол-во ~~хам~~ зелёных хамелеонов увеличивается на 1. Следовательно 3 ~~хам~~ хамелеон скажет правду. Четвёртый солжёт, увеличив кол-во зелёных хамелеонов на 1 и т.д.

Задача 6.




Пусть они стартуют из точки K.
Пусть точка L – противоположная точка дуги (т.е. KL – диаметр)
Тогда, когда Петя добежит до точки M ($KM = \frac{1}{4}$ круга), то Вася будет в точке L. Затем, Вася возвращается, и бежит в обратном направлении (т.к. он пробегал пол круга в одном направлении, он может развернуться). Затем они встречаются в точке $M'$
($MM' = \frac{1}{3}M'L$, т.к. скорость Васи больше в 2 раза, а они бегут из точек M и L навстречу друг другу, то Петя пробежит $\frac{1}{3}ML$, а Вася $\frac{2}{3}ML$)




Затем Петя добегает до точки L, а Вася тем временем прибегает в точку K.
(т.к. от точки $M'$ до K ... $\frac{4}{12}$ круга, а от $M'$ до L $\frac{2}{12}$.)
Затем Вася продолжает бежать по часовой стрелке, пока они не пересекутся в

точки $L'$ ($LL' = \frac{1}{3}LK$), Вася пробегает в два раза больше $\Rightarrow$ Он пробежит $\frac{2}{3}LK$, а Петя $\frac{1}{3}LK$.

Затем Вася пробегает ещё немного (такое расстояние меньшее чем $LL'$) и возвращается если бы он пробежал до $LL'$ и развернулся, то он бы встретился с Петей в точке $K$. Но т.к. Вася пробежал меньшее расстояние, то он развернулся раньше, значит ему до Пети меньше, чем если бы он добежал до точки $L \Rightarrow$ догонит он Петю раньше, чем тот добежит до финиша, и они встретятся три раза.

Примечание: В последней части ~~Вася~~ Вася может развернуться, т.к. он пробежал расстояние $LK$, и не развернулся $\Rightarrow$ Он пробежал не меньше полукруга.

Задача 8.

Пусть есть 3 числа: $a$ $b$ $c$, так что $a>b>c$

т.к. то $a-b=k^2$, тогда $a-b+b-c=a-c \Rightarrow$

$b-c=k_1^2 \Rightarrow k^2+k_1^2=k_2^2 \Rightarrow$

$a-c=k_2^2 \Rightarrow k^2+k_1^2-k_2^2=0$

Тогда пусть $k^2=x^2$ $k_1^2=y^2$ $k_2^2=z^2$

$x^2+y^2-z^2=0$

$x^2+y^2=z^2$

$x^2+2xy+y^2=(x+y)^2=z^2+2xy$

$(x+y)^2-z^2=2xy$

$(x+y-z)(x+y+z)=2xy$

$(x+y-z)(x+y+z)$ — чётное

при этом $x+y-z$ и $x+y+z$ — одной чётности

(т.к. $x+y$ — общее и $\pm z$ — одной чётности вид) $\Rightarrow$

$\Rightarrow x+y-z$ и $x+y+z$ $\vdots$ $2 \Rightarrow (x+y-z)(x+y+z)$ кратно 4 $\Rightarrow$ разделим на 4 $\Rightarrow \frac{(x+y-z)(x+y+z)}{4}=\frac{xy}{2} \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{xy}{2}$ — натуральное $\Rightarrow$ одно из чисел $x$ или $y$ — кратно 2.

также из ~~...~~ равенства $x^2+y^2=z^2$ можно сделать вывод, что одно из чисел $x$ и $y$ делится на 4 и на 3, т.к. квадрат из даёт остатки 0 1 при делении на 4, и остатки 0 и 1 при делении на 3 $\Rightarrow$ если оба числа не делятся на 3 или 4, то ч

Сумма даёт остаток 2 при делении на 4 или на 3 $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ это невозможно, т.к. эта сумма – квадрат.

$\Rightarrow$ если будут три числа, то среди их попарных разностей

хотя бы одна делится на 3, а остальные $\equiv 1 \pmod 3$,

тогда все делятся на 3. ~~Да~~ Для 4 тоже самое.

Значит, среди любой тройки чисел есть хотя бы

два числа, дающие одинаковые остатки при делении

на 3 и 4

Задача 9. Заметим, что на любой строке, кроме первой не может быть такой ситуации, что нечёт. цифра окружена чётными: если такая ситуация есть, то рассмотрим строчку выше неё

Если есть:

ч ч
I II
ч н ч

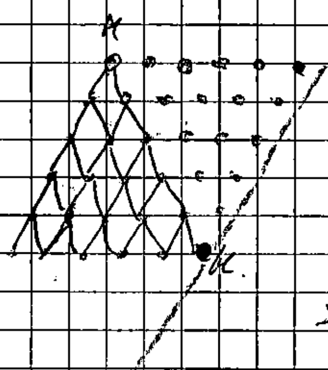
Число на I позиции чётное, т.к. делится оно на чётный НОД ⇒ на чётное число ⇒ оно чётно
Со ~~вт~~ II позицией аналогично. Но нечётное число не является НОД двух чётных чисел, что невозможно т.к. НОД двух чётных чисел делится хотя бы на два.

Если где-то в таблице есть нечётное число, то заметим, что оба числа под ним – ~~чётные~~ нечётные (иначе они б чётные НОД нечётного числа). Под нечёт. числом опять нечёт и т.д.

Рассмотрим ~~на~~ верхние числа. Там есть нечёт. иначе все числа внизу чётные (т.к. это НОДы НОДов НОДов и т.д. везде есть 2 в делителях, т.е. все числа чётны, соответственно) ~~тогда~~ там есть нечёт. числа. Тогда назовём "Ближайшим" край к которому ближе всего находится это нечёт число. Тогда если мы рассмотрим эту разветвляющуюся цепочку, исходящую из этого нечёт числа, то заметим, что рассчетные номера самым ближним ченом к краю и краем, будем уменьшать

=> если расстояние одинаково ровно 5 (клеток) тогда

следующую строку расставим будет 4 и т.д.




В итоге край с эта сетка из

ненужных соединяясь и пойдут

вниз, не увеличивая и в последней

строке будет тоже ненужн. =>

=> Одна из крайних точек снизу, что

будет ненужной. Тогда легко

посчитать кол-во ненужных.