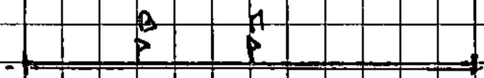
Фамилия	Уфимцева
Имя	Алиса
Отчество	Александровна
Область	Вологодская
Город	Вологда
Школа	МОУ «Лицей №32»
Класс	8
Регистрационный номер	13093

№1

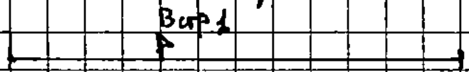
обозначим длину круга за 12x



пусть петя пробежит 6x, тогда вася за это время пробежит 3x

потом петя побежит навстречу васе (он может, т.к. пробежал $\frac{1}{2}$ круга)

и они встретятся в 4x ($v_В + 2v_П = v_В + 2v_В = \ldots$ => вася пробегает (x))



Произошла 1ая встреча.

Пусть петя дальше бежит навстречу васе по часовой стрелке

и они встретятся в $4 + 12 \cdot \frac{1}{3}$ ($v_В = 2v_П$) = 8x

они встретились второй раз.

при этом петя пробежал $4 + 12 - 8 = 8x$, что больше $\frac{1}{2}$ круга

=> он может пробежать еще в том же направлении x

тогда он будет на 7x, вася на 3,5x и петя побежит в обратную сторону догонять васю.

Он догонит его на отметке $12x - (3{,}5x - 7x) \cdot (v_П + v_В) = 10x$, что меньше чем 12x, т.е. круг это была уже их 3я встреча.

№2.

Пример на 1010: пусть они играют 3к3к3к...3

в этом случае зеленых $[2019:2] + 1 = 1010$. пусть первый з говорит 1010, что является правдой, а первый коричневый 1, это ложь, затем он позеленеет и след зел скажет 1011.

т.е n-ный изначально зеленый хамелеон говорит число $n + 1009$

а изначально коричневый k-ый хамелеон говорит k => $k \le 2019 - 1010 = 1009$ => это ложь в этом случае, затем.

он зелёный и кол-во зелёных увеличивается на 1, а т.к

они стоят через одного (зкзк...) => зелёные хамелеоны будут говорить

правду. пример подходит.

Предположим, что изначально зелёных могло быть больше

1010.

Но в этом случае, т.к их всего 2019 какие-то

2 хамелеона будут стоять рядом => если спросят

зелёного хамелеона и он скажет x, то если за ним стоит

зелёный, он тоже обязан сказать x, т.к кол-во

зелёных не поменялось, а зелёные говорят правду

=> такого быть не может и максимальное кол-во изначально

зелёных хамелеонов 1010. (не может быть двух одинаковых

ответов у подряд зелёных хамелеонов т.к по условию

все ответы разные.

№3

рассмотрим все остатки квадратов при делении на 4.

ост a	ост a^2
0	0
1	1
2	0
3	1

$(n+0)^2 = n^2$ ($n \vdots 4$ тогда 0-ост); $(n+1)^2 = \underbrace{n^2+2n}_{\vdots 4} + \underbrace{1}_{\text{ост}}$; $(n+2)^2 = \underbrace{n^2+4n+4}_{\vdots 4}$;

$(n+3)^2 = n^2+6n+9 = \underbrace{n^2+6n+8}_{\vdots 4} + \underbrace{1}_{\text{ост}}$).

=> чтобы ~~[illegible]~~ разности чисел являлись квадратами

все разности должны быть кратны 4 (т.к если где то есть
и одна может давать ост 1

2 расположенные остатки 1 (~~а таких не может быть больше 2х~~

т.к $\underbrace{\underbrace{a \,..\, b}_{4k+1} \,..\, \underbrace{\;\; c}_{4t+1}}_{4(k+t)+2}$ а остатка 2 быть не может)

а если есть одна такая разность. и т.к чисел бесконечно

~~много => если числа больше этого, и их разность делящимся на 4~~

=> ~~$a \dots b \dots c$~~

за ней есть бесконечно много чисел, разность которых делится на 4. Будем их рассматривать.

$$\overbrace{\underbrace{x \dots y}_{4p} \underbrace{\dots z}_{4q}}^{4w}$$

пусть тогда $4p = a^2$, $4q = b^2$, $4w = c^2$

$=> a^2 + b^2 = c^2$

заметим, что на 4 без остатка делятся квадраты чётных чисел => разделим a^2 и b^2 на 4^n, где n такое, чтобы $\frac{a^2}{4^n}$ или $\frac{b^2}{4^n}$ было нечётным (4^n является квадратом т.к. $(2^n)^2$)

1) если одно из них нечётно, то оно должно являться квадратом, иначе a^2 или b^2 не квадрат => нечётное число дает остаток 1, чётное 0 => $\frac{z^2}{4^n} \vdots 1$, ~~не должно~~ ~~которое~~ нечетное можно выразить как 4^a+1 или 4^a+3. ~~~~

2) если оба нечётны => их сумма дает остаток 2 =>

$\frac{z^2}{4^n} \vdots 2$, такого быть не может

Ответ: нельзя.