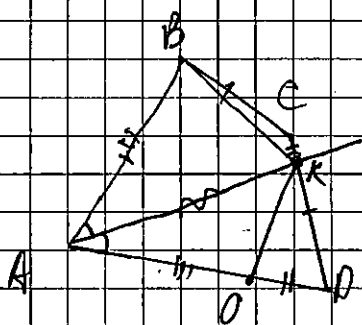


Фамилия	Зайцев
Имя	Захар
Отчество	Олегович
Область	Вологодская
Город	ВМЛ
Школа	БОУ ВО «ВМЛ»
Класс	8
Регистрационный номер	13409

Вход: 9<sup>48</sup> - 9<sup>51</sup>  
Выход: 11<sup>38</sup> - 11<sup>41</sup>

### Задача 3



Дано:  $AK$  - биссектр.  $ABCD$  - выпуклый четырехугольник  
 $DK=BC$ ;  $KC+AB=AD$ ;

Док-ть:  $\angle BCD = \angle ADE$

Док-во: Дел. постро. на отрез.  $AD$  отложить точку

т.  $O$ , так чтобы  $AO=AB$ ;  $OD=CK$ ; это возможно т.к.  $AD=AO+OD$

$\Rightarrow AD=AB+CK$ ; Дел. постро.  $OK$ ;  $BK$ ;

$\triangle ABK = \triangle AOK$  (по тр-м 2 сторонам и углу между ними)

$\Rightarrow BK=KO$

$\triangle BCK = \triangle KOD$  (по 3 сторонам)  $\begin{cases} 1. KO=BC \text{ (по усл.)} \\ 2. OD=CK \text{ (по доп. постро.)} \\ 3. BK=OK \end{cases}$

$\Rightarrow \angle BCD = \angle KDO$

$\begin{cases} 1. AK - \text{биссектр.} \\ 2. AO=AB \text{ (по доп. постро.)} \\ 3. \angle BAK = \angle OKA \text{ (т.к. } AK - \text{биссектр.)} \end{cases}$

### Задача 1

$abcdef$  - шестизначное число;  $a, b, c, d, e, f \geq 1$ , т.к. если любое из этих цифр равно "0", то произведение не равно "390".

Составим уравнение:  $(a \cdot b \cdot c \cdot d \cdot e \cdot f) \cdot (a + b + c + d + e + f) = 390$

Число 390 можно разложить на множители  $390 = 3 \cdot 13 \cdot 2 \cdot 5$ ;

1) Так же мы должны помнить, что произведение цифр должно быть больше суммы цифр;  $1 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 5 > 13$  - это единственный вариант.

2) И сумма цифр из произведения должна быть равна сумме цифр.  
 $1+1+1+3+2+5 = 13$

3) Сумма цифр (больше или равная сумме) из произведения  $(a \cdot b \cdot c \cdot d \cdot e \cdot f)$  должна быть меньше  $(a + b + c + d + e + f)$

Варианты:  $13 \cdot 5 \cdot 2$  и  $3$  - не подходит. (п.3); аналогично;  $13 \cdot 5 \cdot 3$  и  $2$ ;  $13 \cdot 2 \cdot 3$  и  $5$ ;  $13 \cdot 5$  и  $2+3$

и т.д.  $5 \cdot 2$  и  $13+3$  - не подходит. (п.5);  $13 \cdot 2$  и  $5+3$ ;  $13 \cdot 3$  и  $5+2$ ;

$5 \cdot 3$  и  $13+2$  - не подходит. (п.2)

$$3 \cdot 2 \cdot 5 \text{ и } 13 \quad 1) \quad 30 > 13; \quad 2) \quad 1+1+1+2+3+5=13$$

$$3) \quad 3+2+5 < 13, \quad a=b=c=1; d=3; e=2; f=5;$$

$$111325; \text{ Проверка: } (1+1+1+3+2+5) \cdot 3 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 = 13 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 1 = 390$$

Ответ: Это все шестизначные числа, которые состоят из цифр  $(1; 1; 1; 2; 3; 5)$ . Пример:  $111235$ .

### Задача 2

Чтобы  $n$ -числа были наибольшим или наименьшим 2 числа, которые отличаются на 3, так как сумма квадратов двух ~~чисел~~ из них была меньше 500, и при этом число было ~~наибольшим~~

Допустим, что  $x$  - это наибольшее число, тогда  $x-3$  - это меньшее число.

$$\text{Согласно условию} \quad x^2 + (x-3)^2 < 500; \quad x^2 + x^2 - 6x + 9 < 500;$$

$$x - \text{целое число}; \quad 2x^2 - 6x + 9 < 500; \quad | :2; \quad x^2 - 3x + 4,5 < 250;$$

$$x^2 - 3x < 245,5; \quad x(x-3) < 245,5; \text{ Допустим, что } x=18; \text{ тогда } 18 \cdot 15 = 270$$

$$270 > 245,5 \Rightarrow x < 18; \quad x=17; \text{ тогда } 17 \cdot 14 = 238$$

$$238 < 245,5 \Rightarrow x=17 - \text{наиб.}; \Rightarrow \text{чтобы } n - \text{было наиб. будем вычитать}$$

из 17 всегда „3“; Тогда у нас получится список:  $17; 14; 11; 8; 5; 2; -1; -4;$

$-7; -10; -13; -16$ ; „-16“ - это то из этого ряда м.х. если дальше

$$\text{продолжить, то } (-19)^2 + (-16)^2 > 245,5;$$

$$\text{наиб. } 22^2 < 500 < 23^2; \quad 484 < 500 < 529; \text{ Вообще наиб. } x=22; \text{ но тогда след.}$$

число не может быть только „1“, м.х. „2“ уже не подходит и тогда у нас всего 5 чисел, а не 12, как по условию было;

Ответ:  $n_{\text{наиб.}} = 12$ ;

## Задача 4

Сначала посчитали сумму всех степеней точек

У самой крайней точки степень точки = 10 (т.к. она соединена с 10 точками), у следующей точки будет степ. т. = 11 и так далее до той точки, когда у 13 точки степ. т. = 20;

С другого края аналогично:

У нас получится, что сумма всех степеней равна

$$2 \cdot (10 + 11 + 12 + 13 + 14 + 15 + 16 + 17 + 18 + 19) + 30 \cdot 20 = \text{четное}$$

т.к. с двух концов. Всего чисел  $\Rightarrow$  всего чисел со степенью точки = 20

Произведение четное т.к. в 1 скобке (нечетн. кол-во нечетн. чисел.)  $\Rightarrow$

в скобке (нечетное число) умножить на четн. число получится четное число + произведение четных чисел  $\Rightarrow$  ответ четный.

$$2 \cdot 145 + 30 \cdot 20 = 290 + 600 = 890 - \text{сумма степеней точек.}$$

Каждый ход сумма степеней точек уменьшается на 2

Стратегия для Ланга; Вонбат проиграет, если все оставш. степ. т.

будут четны или нечетны;  $(2; \dots; 2; 1; \dots; 1); (1; \dots; 1; 1; 1; \dots; 1)$

Стратегия для Вонбата; Ланга проиграет, если останется 2 числа одно из которых четно, а другое нечетное, но тогда сумма ост.

чисел будет нечетна, а у нас всегда получается четное число, т.к. мы вычитаем из четного числа четное число  $(890 - 2 = 888)$

$\Rightarrow$  Ланга не проиграет.

$890 : 2 = 445$  - ходов будет сделано, после чего все числа станут равными = 0. Тогда 445-й ход Ланга  $\Rightarrow$  Вонбат - проиграет

$$4 = 4 + 4; \quad 4 = 4 + 4$$

$$4 = 4 + 4;$$

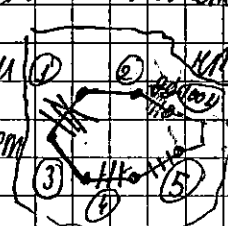
Ответ: Проигрывает Ланга;

## Задача 5

По условию мы можем считать, что ленточная записанная  $\Rightarrow$  кол-во точек = кол-во звеньев; Также, что как min 829 звенья пересекают 998 звеньев. Допустим, что 2 от звенья пересекают 997 звеньев заменим точки на звенья, а звенья на точки.



Тогда  $\Rightarrow$  1 звено пересекает 998 звеньев; звено не может пересечь себя и двух соседних звеньев. Допустим ① звено пересекает 998 звеньев, и ③ звено не пересекает



1 и 4 звено и допустим, что ещё и 2 звено, тогда

мы знаем, что 4 звено пересекает 998 звеньев (в том числе 2 и 1)

5 звено по условию пересекает 2 и 3 звено и т.д. и получается

Ответ: Нет, что 3 и 2 звенья пересекают 997 звеньев

т.к. ③ звено не пересекает  $\Rightarrow$  оставшиеся звенья не могут не пересекать

1; 4; 3; 2 звено  $\Rightarrow$  всего 998

звеньев, аналогично к ② 998 звеньев.

Звенья; остальные звенья согласно условию пересекают 998 звеньев